

## Luftwiderstand von rotierenden Kreisscheiben

Von W. HERCHENBACH

Aus dem Physikalischen Institut der Universität Tübingen  
(Z. Naturforsch. 10a, 741—744 [1955]; eingegangen am 4. August 1955)

Beim Bau von Hochspannungsgeneratoren mit rotierenden Scheiben ist es wichtig, den Luftwiderstand der Scheiben genau zu kennen. Durch direkte Drehmomentmessungen an freien Scheiben in Normalluft wird der Widerstandsbeiwert für Reynolds-Zahlen im Bereich einiger  $10^5$  bis  $10^6$  bestimmt und damit die Zahlenwerte für Widerstandsmoment und Widerstandsleistung angegeben. Der Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren zeigt Abweichungen, zu denen Stellung genommen wird. Abschließend wird über den Einfluß einer festen sowie einer gegenläufig rotierenden Gegenscheibe auf die Meßscheibe berichtet, der sich in einer axialen aerodynamischen Anziehung und Widerstandsmoment-Erniedrigung bzw. im Wegfall dieser Anziehung und einer Widerstandsmoment-Erhöhung äußert. Eine Deutung der Erscheinungen wird versucht.

Der Wirkungsgrad der alten Influenzmaschinen ist sehr unbefriedigend. Ein Hauptgrund dafür ist der große Luftwiderstand der rotierenden Scheiben<sup>1</sup>. Da wir uns mit der Weiterentwicklung von Hochspannungsgeneratoren mit rotierenden Scheiben beschäftigen<sup>1,2</sup>, war es deshalb notwendig, den Anteil der Luftreibung an den gesamten Verlusten quantitativ zu kennen, um durch richtige Dimensionierung und Wahl der Arbeitsbedingungen den Wirkungsgrad elektrostatischer Generatoren steigern zu können. In der Tat ließ sich damit viel erreichen.

Bei den interessierenden Flächengeschwindigkeiten ist die Strömung an der rotierenden Scheibe in Gasen (geringe Zähigkeit) mit Sicherheit turbulent (große Reynolds-Zahlen). Man braucht deshalb nur die Trägheitskräfte zu berücksichtigen, und kann in bekannter Weise<sup>3</sup> den Luftwiderstand ansetzen als

$$W = k F \frac{\varrho}{2} v^2, \quad (1)$$

wobei  $F$  und  $v$  Fläche und Geschwindigkeit des Körpers und  $\varrho$  die Gasdichte bedeuten. Hierbei kann  $k$  als konstant angesehen werden, sofern Reibungskräfte völlig zu vernachlässigen sind. Allgemeiner gilt, daß  $k$  für geometrisch ähnliche Körper nur von der Reynolds-Zahl  $R$  abhängt, und zwar nach der Gleichung

$$k = \text{const} \cdot R^{-1/m}, \quad (2)$$

$$R = l v \varrho / \eta, \quad (3)$$

wobei die charakteristische Länge des Körpers mit  $l$  und die Zähigkeit des Mediums mit  $\eta$  bezeichnet ist. Bei überwiegenden Trägheitskräften ist  $m$  sehr groß, während mit wachsendem Anteil der Reibungskräfte

$m$  kleiner wird (Grenzfall der laminaren Reibung:  $m = 1$ ).

Der Luftwiderstand  $W$  greift an einer rotierenden Scheibe als Drehmoment  $M$  an. Vernachlässigt man die Dicke und berücksichtigt beide Seiten der Scheibe, so ergibt sich, sofern das umgebende Gas als ruhend angesehen werden darf,

$$dM = 2 r dW = 2 r k dF \frac{\varrho}{2} v^2, \quad (4)$$

wobei  $r_s \geq r \geq 0$  den Scheibenradius,  $n$  die Drehzahl,  $v = 2 \pi r n$  die Tangentialgeschwindigkeit und  $dF = 2 \pi r dr$  das Kreisflächenelement bedeutet. Eingesetzt in (4) ergibt dies

$$dM = k \varrho (2 \pi)^3 n^2 r^4 dr;$$

damit wird das Widerstandsmoment der rotierenden Kreisscheibe

$$M = \int_0^{r_s} dM = k \varrho \frac{(2 \pi)^3}{5} n^2 r_s^5 \quad (5)$$

bzw. die Widerstandsleistung

$$L = 2 \pi n M = k \varrho \frac{(2 \pi)^4}{5} n^3 r_s^5. \quad (6)$$

Da wir in der Literatur widersprechende Angaben über die Zahlenwerte von  $k$  und  $m$  [vgl. Gl. (2)] fanden, haben wir  $k$  selbst experimentell bestimmt.

Zu diesem Zweck wurde das Widerstandsmoment einer rotierenden Scheibe direkt mechanisch gemessen. Der zunächst einfacher erscheinende Umweg über die Messung der Leistungsaufnahme des Antriebsmotors erwies sich als zu ungenau. In unserer Anordnung sitzen die Meßscheibe sowie die sie antreibende Riemenscheibe kugelgelagert auf einer gemeinsamen festen Achse. Beide Teile sind durch

<sup>1</sup> W. Kossel u. W. Herchenbach, Z. angew. Phys. 7, 32 [1955].

<sup>2</sup> S. z. B. Hdb. Exp. Physik, Bd. 4/1, S. 33.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

eine Spiralfeder so miteinander verbunden, daß sie elastisch gegeneinander verdrehbar sind. Der Verdrehungswinkel stellt das wirksame Drehmoment dar. Es wird zur Überwindung des Luftwiderstandes der Scheibe und der Reibung zweier Kugellager, auf denen sie gelagert ist, benutzt. Messungen ohne Scheibe und auch Abb. 2 zeigen, daß die Lagerreibung dabei völlig vernachlässigt werden kann. Der Verdrehungswinkel wird auf einen mit der Scheibe rotierenden kleinen Spiegel übertragen. Während eines kleinen Winkelabschnitts jeder Umdrehung wird über diesen Spiegel ein Lichtzeiger auf eine Skala geworfen. Diese Meßanordnung wird bei ruhender Scheibe durch an die Riemenscheibe angehängte Gewichte geeicht. Etwa im Betrieb durch die Zentrifugalkraft entstehende Abweichungen von dieser Eichung müßten mit der Drehzahl gehen, sich bei verschiedenen Scheiben also verschieden auswirken und ein Auseinanderfallen der Kurven in Abb. 2 bewirken, was nicht der Fall ist. Die Drehzahl wird direkt mit der Stoppuhr an einem langsam laufenden Zahnrad bestimmt, das über eine Schnecke von der Riemenscheibe angetrieben wird. Wir glauben, daß systematische, die Ablesegenauigkeit überschreitende Fehler bei dieser Meßanordnung ausgeschlossen sind.

Abb. 1 zeigt die Meßergebnisse an drei Scheiben verschiedener Dicke und Oberflächenbeschaffenheit mit den Radien 22,1 cm, 24,7 cm, 26,55 cm in praktisch unbegrenzter Normalluft.

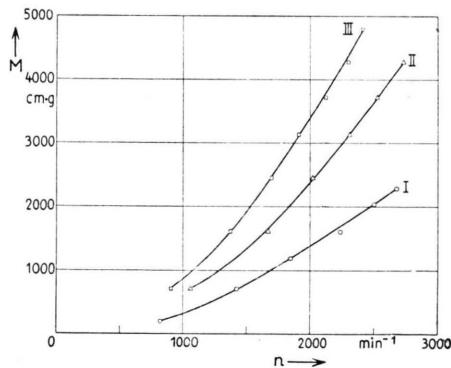


Abb. 1. Widerstandsmoment  $M$  einer in Normalluft frei rotierenden Kreisscheibe in Abhängigkeit von der Drehzahl  $n$ . Parameter: Scheibenradius  $r_s$ .

- I: Pertinaxscheibe, 0,5 mm dick,  $r_s = 22,1$  cm, strichmattiert.
- II: Trolitaxscheibe, 3 mm dick,  $r_s = 24,7$  cm, poliert.
- III: Pertinaxscheibe, 0,5 mm dick,  $r_s = 26,55$  cm, strichmattiert.

Zur Bestimmung von  $k$  wurden alle Meßpunkte aus Abb. 1 in Abb. 2 in ein  $n^2 r_s^5 \cdot M$ -Diagramm eingezeichnet. Sie fallen in eine Gerade zusammen. Damit ist (5) bestätigt. Weiter folgt, daß  $k$  im Bereich der Messungen [vgl. Gl. (10)] konstant bzw.  $m$  [vgl. Gl. (2)] sehr groß ist. Oberflächenbeschaffenheit und Dicke der Scheiben (in der Größenordnung 1% des Radius und weniger) beeinflussen den Luftwiderstand nicht merklich. Die Steigung der Ge-

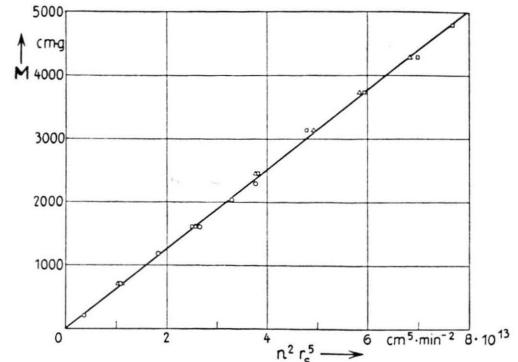


Abb. 2. Diagramm zur Bestimmung von  $k$ . Die eingetragenen Meßpunkte sind Abb. 1 entnommen.

raden liefert nach Gl. (5) den Zahlenwert des Faktors

$$k \varrho (2\pi)^3 / 5 = 6,29 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^{-4} \text{ g min}^2. \quad (7)$$

Damit folgen aus Gl. (5) und (6) für Normalluft die Zahlenwertgleichungen

$$M = 6,29 \cdot 10^{-11} n^2 r_s^5 \text{ cm g}, \quad (5 \text{ a})$$

$$L = 3,96 \cdot 10^{-10} n^3 r_s^5 \text{ cm g min}^{-1} \quad (6 \text{ a})$$

$$\text{oder auch } L = 6,47 \cdot 10^{-16} n^3 r_s^5 \text{ Watt}, \quad (6 \text{ b})$$

wo jedesmal  $n$  in  $\text{min}^{-1}$ ,  $r_s$  in  $\text{cm}$  einzusetzen ist. Außerdem ergibt sich aus Gl. (7) der Zahlenwert von  $k$  mit  $\varrho_{\text{Luft}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-3} \text{ g}$

$$\text{zu } k = 1,06 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{-1} \text{ min}^2. \quad (8)$$

Die Reynolds-Zahl setzt man bei rotierenden Scheiben entsprechend Gl. (3) an als

$$R = r_s v \varrho / \eta = r_s^2 2 \pi n \varrho / 60 \eta. \quad (9)$$

Einführen der Grenzen des Meßbereiches nach Abb. 1 sowie der kinematischen Zähigkeit von Normalluft  $\eta/\varrho = 0,16 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$  in Gl. (9) ergibt den Gültigkeitsbereich Gl. (10) von (7), (5 a), (6 a), (6 b) und (8):

$$2 \cdot 10^5 < R < 12 \cdot 10^5. \quad (10)$$

Aus Gl. (5) bzw. (6) und (8) läßt sich der Scheibenwiderstand auch in anderen Gasen bzw. bei anderen Drucken berechnen, sofern  $\varrho$  bekannt ist und bei Reynolds-Zahlen im Bereich Gl. (10) gearbeitet wird. Dies haben wir an Scheiben von 5,5 cm Radius in Wasserstoff bei hohem Druck und großen Drehzahlen größerenordnungsmäßig bestätigt gefunden<sup>2</sup>, ohne daß wir jedoch unter diesen Bedingungen genaue Messungen durchführen konnten.

Der Vergleich mit den Messungen anderer Autoren zeigt keine Übereinstimmung der Ergebnisse.

S t o d o l a<sup>4</sup> gibt bei einer glatten, 4 mm dicken, frei in Luft rotierenden Scheibe von 26,85 cm Radius bei 2000 U/min als Leistungsaufnahme 110 Watt an (l.c.<sup>4</sup>, S. 126, Zahlentafel), während die Berechnung nach unserer Gl. (6 b) nur 72 Watt ergibt. Jedoch hat S t o d o l a die Leistungsaufnahme der Scheibe über die Leistungsaufnahme des Antriebsmotors gemessen, ein Weg, den wir wegen zu großer Ungenauigkeit bald verlassen haben. P a n t e l l<sup>5</sup> hat von seinen bei Scheibenreibungsversuchen in Flüssigkeiten erhaltenen Ergebnissen auf Luft extrapoliert (l.c.<sup>5</sup>, S. 108) und erhält unter ähnlichen Bedingungen noch etwa doppelt so große Leistungsaufnahmen wie S t o d o l a. Er weist jedoch selbst auf diese Diskrepanz hin und erklärt sie mit der Unzulässigkeit der Extrapolation. In einer theoretischen Arbeit über laminare und turbulente Reibung behandelt v. K á r m á n<sup>6</sup> auch die rotierende Scheibe und berechnet das Widerstandsmoment bei turbulenter Strömungsform (l.c.<sup>6</sup>, S. 249, Formel 41 a), hier mit unseren Bezeichnungen und für Normalluft geschrieben, zu

$$M = 9,78 \cdot 10^{-10} R^{-1/5} n^2 r_s^5 \text{ cm g}. \quad (11)$$

Hier ist also  $m = 5$  gesetzt [vgl. Gl. (2)]. Die Zahlenwertgleichung (11) stimmt mit unserer Zahlenwertgleichung (5 a) für  $R = 9 \cdot 10^5$  überein, wie man durch Einsetzen leicht nachprüft. Diese Reynolds-Zahl liegt mitten in unserem Meßbereich Gl. (10). An den Grenzen des Meßbereiches differieren Gl. (11) und (5 a) jedoch um  $-5\%$  bzw.  $+35\%$ . Unsere Messungen ergeben also im Gegensatz zu Gl. (11), daß  $m$  groß ist, und man schätzt nach Abb. 2 leicht ab, daß  $m > 12$  sein muß, da sonst die Meßwerte von der eingezeichneten Geraden stärker abweichen müßten. Bei v. K á r m á n sind Meßergebnisse von S t o d o l a und O d e l l angeführt (l.c.<sup>6</sup>, Fußnote S. 250), die  $m = 10$  bzw. sehr groß finden; er führt dies aber auf experimentelle Unzulänglichkeiten zurück. Unsere Ergebnisse stützen jedoch die Befunde von S t o d o l a und O d e l l in diesem Punkte, und für praktische Bedürfnisse wird es stets ausreichen,  $k$  im Meßbereich Gl. (10) als von  $R$  unabhängig ( $m \rightarrow \infty$ ) anzusehen.

Abschließend sollen noch einige Beobachtungen über den Einfluß einer zweiten, gleich großen, koaxialen Scheibe („Gegenscheibe“) auf die rotierende mitgeteilt werden.

Steht die Gegenscheibe still, so bewirkt sie eine mit abnehmendem Scheibenabstand wachsende Veränderung des Widerstandsmomentes der rotierenden Scheibe, die bei  $r_s = 25$  cm,  $n = 2500 \text{ min}^{-1}$  und 5 mm Abstand etwa 15% beträgt. Außerdem ziehen sich unter diesen Bedingungen beide Scheiben mit einer axialen Kraft an, die auf mindestens 10 kp geschätzt wird. Diese axiale Anziehung kann durch einen statischen Unterdruck zwischen den Scheiben erklärt werden, der dadurch zustande kommt, daß ein Teil der Gasmoleküle auf Grund des Tangentialimpulses, den sie an der rotierenden Scheibe erfahren, aus dem Raum zwischen den Scheiben austreten. Man kann diesen Sachverhalt auch so ausdrücken: Die Gasschicht zwischen beiden Scheiben („Zwischenschicht“) rotiert als Ganzes mit halber Drehzahl, wobei die Grenzschichten auf beiden Scheiben festhaften. Die dabei auftretende Zentrifugalkraft erzeugt den statischen Unterdruck.

Rotiert die Gegenscheibe gegenläufig und gleich schnell, so ziehen beide Scheiben einander jedoch nicht mehr an. Die tangential gerichteten Impulse von verschiedenen Scheiben kommender Gasmoleküle heben einander nun auf, die Zwischenschicht steht als Ganzes still. Es kann also nicht mehr ein Unterdruck durch Zentrifugalkraft entstehen. Natürlich finden innerhalb der Zwischenschicht Bewegungen statt, weil wieder die Grenzschichten an den Scheiben haften. Ob diese Bewegungen turbulenter oder laminarer Art sind wird sich danach richten, bei welchen Reynolds-Zahlen gearbeitet wird. Bei der Berechnung der Reynolds-Zahl wird man als charakteristische Länge jedoch nun nicht mehr allein den Scheibenradius berücksichtigen müssen [vgl. Gl. (9)], sondern auch den Scheibenabstand, der hier für die Strömungsform eine ähnliche Rolle spielen wird wie beispielsweise bei der Strömung in Rohren der Rohrdurchmesser. Das Bild einer laminaren Strömung in der als Ganzes ruhenden Zwischenschicht kann man sich leicht vorstellen. Laminare Strömung wird jedoch unter unseren Bedingungen nur bei sehr kleinen Abständen zwischen den Scheiben auftreten. Bei turbulenter Strömungsform in der Zwischenschicht wird man an ortsfeste Wirbelpolster denken müssen, die mit radialer Achse rotieren. Durch die Impulsübertragung im Gas von der Gegenscheibe auf die Meßscheibe wird das Wi-

<sup>4</sup> A. S t o d o l a, Die Dampfturbinen, 3. Aufl., Berlin 1905.  
<sup>5</sup> K. P a n t e l l, Forsch. a. d. Geb. d. Ing.-Wesens, 16, 97 (1949/50).

<sup>6</sup> T h. v. K á r m á n, Z. angew. Math. Mechanik 1, 233 [1921].

derstandsmoment der Meßscheibe unter sonst gleichen Bedingungen wie oben um ca. 10% erhöht. Diese Luftwiderstandserhöhung wird bei Abständen über ca. 3,5 cm unmerklich klein und nimmt bei geringeren Abständen im Bereich einiger bis einiger Zehntel Millimeter ungefähr mit dem Kehrwert des Abstandes zu. Genaue Angaben können wir hier nicht machen, weil der Scheibenabstand nicht exakt bestimmt werden konnte.

Auf Grund dieser Erfahrungen wurde zunächst ein großer Hochspannungs-Scheibengenerator<sup>1</sup> in Normalluft mit zwei eng aneinander gegenläufig und

gleich schnell rotierenden Scheiben gebaut. Eine genaue Diskussion der in Gl. (6b) steckenden Möglichkeiten<sup>2</sup> führte dann zum Bau eines Hochspannungsgenerators mit sehr kleinen Scheiben, der in Wasserstoff unter hohem Druck läuft<sup>2</sup>, und bei dem nun die Gaswiderstandsverluste unter 2% der umgesetzten Leistung liegen, also keine Rolle mehr spielen.

Herrn Professor Kossel bin ich für sein Interesse und für wertvolle Diskussionen bei der Durchführung dieser Untersuchung, die auf seine Veranlassung als Teil einer Diplomarbeit durchgeführt wurde, zu großem Dank verpflichtet.

## Ultraschallabsorption in Flüssigkeitsmischungen

Von KURT EPPLER

Aus dem I. Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Stuttgart

(Z. Naturforschg. 10a, 744—752 [1955]; eingegangen am 14. Mai 1955)

In Mischungen von Phenol mit Tetrachlorkohlenstoff und Cyclohexan tritt — wie von Maier und Mez beobachtet — bei kleinen Phenolkonzentrationen (1–3 Mol-%) ein Schallabsorptionsmaximum geringer Größe auf. Die Bedingungen für das Auftreten dieses Maximums werden in 15 weiteren Mischungen untersucht. Mit zunehmender Wechselwirkung zwischen dem Lösungsmittel und der OH-Gruppe der Alkohole verkleinert sich das Schallabsorptionsmaximum und verschiebt sich gleichzeitig zu höheren Alkoholkonzentrationen. Die Ergebnisse lassen sich durch die Annahme erklären, daß diejenigen Übermoleküle der assoziierten Komponente das Schallabsorptionsmaximum erzeugen, die nur von Molekülen des Lösungsmittels umgeben sind und nicht von weiteren Alkoholmolekülen.

Die anomale Schallabsorption in Flüssigkeiten, die stets auf Relaxationsvorgänge zurückzuführen ist, zeigt in Flüssigkeitsmischungen je nach dem Assoziationsverhalten der beiden Komponenten typisch verschiedene Konzentrationsabhängigkeiten. In Mischungen zweier *nicht assoziierter* Flüssigkeiten ist die Schallabsorption stets kleiner als es der Mischungsregel entspricht<sup>1,2</sup>, ebenso in Mischungen, bei denen die schwächer absorbierende Komponente *assoziiert* ist<sup>3,4</sup>. Eine Ausnahme davon bildet das System

Tetrachlorkohlenstoff — Phenol,  
(nicht assoziiert) (assoziiert)

bei dem — wie von Maier und Mez beobachtet<sup>5</sup> — bei 3 Mol-% Phenol ein Schallabsorptionsmaximum geringer Größe auftritt.

<sup>1</sup> J. M. M. Pinkerton, Proc. Phys. Soc., Lond. B 62, 129, [1949].

<sup>2</sup> E. Bauer, Proc. Phys. Soc., Lond. A 62, 141 [1949].

<sup>3</sup> D. Sette, J. Acoust. Soc. Amer. 23, 359 [1951].

<sup>4</sup> D. Sette, Nature, Lond. 166, 114 [1950].

Nach neueren Messungen dieser Verfasser ist ein Schallabsorptionsmaximum auch im System

Cyclohexan — Phenol  
(nicht assoziiert) (assoziiert)

vorhanden<sup>6</sup>. Die Bedingungen für das Auftreten dieses Maximums werden in 15 weiteren Mischungen untersucht (siehe Vorankündigung<sup>7</sup>) und eine Deutung der Erscheinungen gegeben.

### I. Meßprinzip

Zur Messung der Schallabsorption (charakterisiert durch die Größe  $\alpha/f^2$ ,  $\alpha$  = Absorptionskoeffizient der Amplitude je cm,  $f$  = Schallfrequenz) dient eine optische Anlage nach der bekannten Methode von

<sup>5</sup> W. Maier u. A. Mez, Z. Naturforschg. 7a, 300 [1952].

<sup>6</sup> W. Maier u. A. Mez, Z. Naturforschg. 10a, 167 [1955].

<sup>7</sup> K. Eppler, Naturwiss. 41, 370 [1954].